Discussion Paper #2004-5

データ検証問題とゲーム理論：核不拡散条約の事例

岡田　章

2004 年 12 月

概要

個人的な利得を追求する経済主体は合意した条約や協定、契約を遵守しない誘因をもち、不法行為が発見されないようにデータを改ざんして虚偽のデータを査察者に報告する可能性がある。このため、査察者は報告されたデータの真偽を適当な方法で検証する必要がある。国際原子力機関の核不拡散条約の事例を基に、ゲーム理論がデータ検証問題にどのように応用されるかを解説する。最初に、査察ゲームの基本モデルを定式化する。査察者の観察は不完全であり、最適な査察ルールは合法行為を誤って不法行為と判定する誤り（第１種の過誤）と不法行為を見逃す誤り（第２種の過誤）を含む。査察者が事前に査察ルールにコミットできる状況では、不法行為を完全に阻止できることを示す。次に、経済主体の不法行為を行う誘因について査察者が不確実である査察問題を情報不完備ゲームとして定式化し、不法行為の完全抑止均衡が成立するための十分条件を提示する。最後に、統計的決定理論におけるナイマン・ピアソンの捕題が最適な査察ルールの設計に重要な役割を果たすことを示す。

Abstract

Agents pursuing private benefits have incentive to violate agreements such as treaty and contract, and may report falsified data to inspectors. To detect illegal actions, inspectors need to verify reported data by suitable methods. Focusing the Treaty on the Non-Proliferation of Nuclear Weapons (NPT) for International Atomic Energy Agency (IAEA), we survey an application of game theory to data verification problems. First, the basic model of an inspection game is presented. The model includes two kinds of errors in inspection: a falsified alarm (the error of the first kind) and no detection of illegal actions (the error of the second kind). It is proved that illegal actions can be deterred perfectly when the inspector can commit himself to an inspection rule. Secondly, the model is extended to a case that the inspector is uncertain about the agent's incentive to behave illegally. A sufficient condition for the perfect deterrence of illegal actions is given. Finally, it is shown that the Lemma of Neyman-Peason in the statistical decision theory plays an important role in the design of the optimal inspection rule.

データ検証問題とゲーム理論：核不拡散条約の事例*

岡田　章（一橋大学大学院経済学研究科）

平成 16 年 12 月 1 日

1　はじめに

複数の行動主体から成る社会や経済では利害の対立を解決するために数え切れないほどの条約，協定，法律や契約が結ばれ，社会秩序の安定と経済の繁栄に大きな役割を果たしている．法律や契約はその目的の達成のためにすべての関係者に遵守される必要があるが，多くの場合関係する個人や組織は遵守しないインセンティブをもつ可能性があり，合意された条約や協定ををいかに遵守させるかという問題が生ずる．個人の良心や道徳的感情を信頼するだけではこの遵守問題の解決に不十分であることは，現実の数多くの事例から明らかである．

条約や法律の強制機関が関係者が遵守しているかどうかを調査する行為が**査察** (inspection) である．査察の典型的な例は，脱税を摘発するための国税庁の査察や国際原子力機関の核査察である．査察は，調査，不法行為の判定，不法行為に対する罰則の実施などの一連の行為から成る．不法行為が行われた場合，行為者は不法行為が発見されるのを防ぐために記録データを改ざんしたり虚偽

*本稿の執筆にあたり，中川訓範君（京都大学大学院) からデータ・文献収集に関して研究補助を受け、岩波由香里さん（京都大学大学院) と新井泰弘君（一橋大学大学院）から有益なコメントを頂いた。ここに感謝の意を表したい.

のデータを査察者に報告する可能性が高い[1]．したがって，査察者は報告されたデータの真偽を適当な方法で検証する必要があり，条約や法律の遵守問題の一つとしてデータ検証問題がある．

データ検証問題は，政治学，経済学，経営学，会計学，工学，医学などの広範囲の学問分野で研究されている学際的な問題である.[2] その分析手法は従来,統計的決定理論やサンプリング理論を用いることが多かったが，ゲーム理論の重要な応用分野でもある．特に，条約や法律の遵守に関するデータ検証は，単に故障部品の検定や病気の判定などのランダムな不確実事象を対象とする場合と異なり，判定の対象は行為者の意思決定である．このような行為者の意思決定を含むデータ検証問題では，査察者と行為者の利害の対立状況を定式化する必要があり，ゲーム理論による分析が不可欠と言える．

本章では，ゲーム理論がデータ検証問題にどのように応用されるかについて述べる．本章の構成は次のとおりである．第 2 章では，データ検証問題の事例として核不拡散条約について説明する．ゲーム理論によるデータ検証問題の分析は核不拡散条約の査察問題の研究が発端である．第 3 章では，データ検証問題の基本的なゲームモデルとして査察ゲームを定式化し，その基礎理論を紹介する．査察ゲームに関する包括的な解説については、ゲーム理論のハンドブックに掲載されている論文（Avenhaus/von Stengel/Zamir1996）を参照.[3] 第 4 章では，査察ゲームを情報不完備ゲームの理論を用いて一般化し，不法行為を阻止するための最適な査察戦略について考察する．第 5 章では，結論を述べる．ゲーム理論の用語の定義や説明については、拙書（岡田 1996）を参照していただきたい．

---

[1]原子力関係の最近の事例としては、東京電力による原子炉施設の自主点検の記録の改ざんや隠蔽（平成 14 年 8 月）、原子炉格納容器の漏えい率検査のデータの不正操作（平成 14 年 10 月）などがある．

[2]会計学やエージェンシー理論における契約の遵守とモニタリングの分析として、Dye(1986) や Kanodia(1985) がある．

[3]査察ゲームの理論の専門的な内容については、Avenhaus(1986) が詳しい． Avenhaus/Canty(1996) は一般向きの解説書である．最近の研究動向については、Avenhaus 他（1996）や Avenhaus/Piehlmeier (1994) 等を参照.

2　データ検証問題：核不拡散条約の事例

国際条約や国際協定の遵守問題の典型的な事例として核兵器不拡散条約 (Treaty on the Non-Proliferation of Nuclear Weapons: NPT) がある.[4] 核兵器不拡散条約 (NPT) とは，米国，ロシア，英国，フランス，中国の 5 つの核兵器国以外の国（「非核兵器国」）への核兵器の拡散を防止し核兵器国に核軍縮交渉を義務づけることを目的とする国際条約であり，1970 年 3 月に発効した．条約の第 3 条 1 の主な内容は，次のようである．

「締約国である非核兵器国は，原子力が平和的利用から核兵器に転用されることを防止するため国際原子力機関との間で交渉しかつ締結する協定に定められる保障措置を受諾することを約束する．保障措置は非核兵器国の管理の下で行われるすべての平和的な原子力活動に係るすべての核物質に適用される．」

保障措置 (Safeguards) とは,「原子力の利用にあたりウランやプルトニウムのような核物質等が軍事目的を助長するような方法で利用されないことを確保するための措置」（外務省 2004）をいう．NPT の保障措置を実施する国際機関がウィーンに本部をおく国際原子力機関 (International Atomic Energy Agency: IAEA) である．IAEA は 1957 年に発足し 2004 年現在加盟国は 137 カ国である．IAEA 憲章第 2 条は，IAEA の目的を「世界中の平和，健康，繁栄に対する原子力の貢献を促進および拡大し，技術支援や資金援助が軍事目的に利用されないことを確保する」ことと記している．さらに，憲章第 3 章では,「IAEA を通じて核物質等が提供された場合には，これらの核物質が軍事目的のために利用されないことを確保するために保障措置を設定し実施すること，また二国間もしくは多国間の原子力協定の当事国が要請した場合及び何れかの国が自発的に要請した場合に保障措置を適用する」ことが定められている．

NPT の締約国である非核兵器国に対しては，IAEA との間で平和的原子力活動に係るすべての核物質を対象とする包括的保障措置協定を締結することが義務付けられている．包括的保障措置協定の条文は，保障措置の目的を「平和的原子力活動から核兵器製造へ有意量の核物質の転用を適時に探知すること，及び探知のリスクによって転用を抑止する」ことと記している．ここで有意量 (significant

[4]核不拡散条約についての詳しい説明は、外務省 (2004) や石田 (1992) を参照.

quantities) とは核爆発装置を製造できる量のことを意味し，プルトニウムやウラン 233 では 8kg、濃縮度 20 %の超ウラン 235 では 25kg に相当するといわれている．保障措置の主要な手法は，原子力施設における核物質の在庫量や一定期間の搬入・搬出量を管理する核物質の「計量管理」(material accountancy) である．さらに，補助的手法として，核物質貯蔵容器に封印を取り付けて核物質を物理的に封じ込めたり，核物質の不正な移動が行われないようにビデオカメラなどの監視装器でモニターする方法が用いられている．締約国である非核兵器国は IAEA に核物質の在庫量に関する情報を報告する義務があり，IAEA は報告された情報を**立証** (verify) するために在庫記録を調べたり独自の計量を実施することによって査察を行う権利をもつ．核物質を軍事目的に転用するインセンティブをもつ非兵器国は有意量の核物質を原子力施設から移動させ，IAEA には虚偽の在庫データを報告する可能性がある．IAEA は報告されたデータの正当性を立証するために独自の計量を行う必要があり，**データ検証** (data verification) の問題が生ずる．

IAEA の保障措置に関するわが国の状況を概観する．保障措置の一連の流れは図 1 に示される．表 1 はわが国が保有する核物質の量を示している．わが国が保有するプルトニウムの量は 2002 年 12 月現在約 100 トンにものぼり，表 2 に示される他の主要国の保有量と比べて顕出していることがわかる．このため，国内で査察の対象となっている施設は 110 もあり，2003 年上半期だけでも査察実積は 356 人・日である．

図 1、表 1、表 2 を挿入

IAEA の核査察におけるデータ検証問題で特に困難な問題は，測定データに含まれる確率的誤差の存在である．核物質の物理的量の測定には統計的誤差が含まれるため、非核兵器国が軍事的に核物質を転用せず在庫量を正しく IAEA に報告したとしても報告されたデータと IAEA の独自の計量データは一致しないのが通常である．二つのデータの差から IAEA は非核兵器国が NPT 条約を

遵守したかどうかを判定する必要があり，どのような判定基準を設定するのがIAEA にとって最適であるかを分析することは重要な研究テーマである．

IAEA が直面するデータ検証問題を一般的に定式化してみる．いま，非核兵器国の原子力施設の操業者は N ヶ所の原子力施設の核物質の在庫量 $y_i, i = 1, \cdots, N$, を国内の政府当局を通じて IAEA に報告するとする．IAEA は報告されたデータに基づいて非兵器国が NPT を遵守していることを確かめるために，N 個の原子力施設のうち n 個をランダムに抽出して核物質の在庫量について独自の測定値 $z_1, \cdots, z_n$ を得る．IAEA は締結国から報告されたデータと独自の測定値の差

$$x_i = y_i - z_i,\ i = 1, \cdots, n$$

に基づいて締結国が NPT を遵守したかどうかを判定しなければならない．議論を簡単にするため，IAEA は報告された N 個のデータをすべて調査すると仮定し，$n = N$ とする．

締結国が NPT 条約を遵守する場合，報告されたデータ y_i と IAEA の測定値 z_i は同じ平均値をもつと考えられるから，二つの確率変数の差である x_i の平均値は 0 である．一方、締結国が NPT 条約に違反する場合，有意水準の核物質の量 μ を軍事目的に転用すると考えられる．いま第 i 番目の原子力施設から μ_i の量だけ核物質を不正に移動するとする．ここで，$\sum_{i=1}^{N} \mu_i = \mu$ である．さらに，締結国は不正が探知されるのを防ぐために移動した量 μ_i だけデータの値を多めに粉飾して IAEA に報告すると仮定すると，確率変数 x_i の平均値は μ_i となる．

統計的決定理論の用語を使うと、非兵器国が NPT を遵守する場合，

$$E(x_i) = 0,\ i = 1, \cdots, N \quad \text{(合法行為)}$$

となり，これが IAEA が検定すべき**帰無仮説**（null hypothesis）である．一方，非核兵器国が NPT を遵守しない場合，

$$E(x_i) = \mu_i,\ i = 1, \cdots, N \quad \text{(不法行為)}$$

であり，これが帰無仮説に対する**対立仮説** (alternative hypothesis) である．

このようにIAEAのデータ検証問題は統計的決定理論と密接に関係するが，その分析を適切なものにするには統計的決定問題をゲーム理論的に再定式化する必要がある．帰無仮説と対立仮説は非核兵器国の戦略的行動の結果であり，どちらが真であるかはランダムに決まるのではなく非核兵器国の意思決定によって定まることに注意する必要がある．

NPTは1970年の発効当初から核兵器国の存在を認めそれ以外の国への核兵器の拡散を防止するという意味で不平等条約であるという批判を受けてきたが，これまで世界の核兵器拡散を防ぐ上で大きな貢献をしている．また，1995年の運用検討・延長会議ではNPTが無期限延長されることが決定した．2003年10月現在の締結数は189ヵ国にのぼり，国連加盟国(191ヵ国)のうち非締結国はインド，パキスタン，イスラエルの3ヵ国のみである。このように近年NPTの普遍性と重要性は一層高まっているが，1990年代に入りイラクと北朝鮮によるNPT不遵守が世界の平和と安定に深刻な打撃を与えた．今後，NPTの核不拡散体制をさらに強化していくことが国際社会にとって極めて重大な課題となっている．そのためにはIAEAの保障措置の有効性を高めることが必要不可欠であり、IAEAと締結国が直面する意思決定の問題の科学的探究を一層進めなければならない．次節以降，ゲーム理論がIAEAのデータ検証問題の分析にどのように応用できるかを解説するとともに，実際の査察問題に対してゲーム理論が有用な指針を与えることができるかどうかについて考察する．

3 査察ゲーム

核不拡散条約におけるデータ検証問題は，**査察ゲーム** (inspection game) のモデルを用いて定式化することができる．一般に，査察ゲームは法や合意を遵守することが求められる個人や組織 (被査察者，inspectee) とその行為を監視し法や合意が遵守されたかどうかを判断する個人や組織 (査察者，inspector) の間の利害の対立状況を表現する．以下では，中立的な用語を採用して被査察者を行為者 (actor) と呼ぶ．

行為者は合法行為 (H_0) と不法行為 (H_1) の２通りの行動をもつ.[5] データ検証問題では，データを正しく査察当局に報告することが合法行為であり，不法行為はデータを粉飾して虚偽のデータを報告することを意味する．一方，査察者の可能な行動も２通りであり，不法行為の疑いがあると警告を出す (A, alarm), あるいは，合法行為と判断して警告を出さない ($\bar{A}$, no alarm) かのいずれかである．ゲームの利得行列は図２で示される.

図２

図２の利得行列では，法が遵守され査察者も警告を出さない行動の組 ($\bar{A}$, H_0) が正常な状態で，その場合の査察者と行為者の利得を 0 と正規化している．また，行為者の不法行為を査察者が警告を出さないで見逃してしまう行動の組 ($\bar{A}$, H_1) に対しては行為者の利得を $+1$，査察者の利得を -1 と正規化している．行為者の不法行為に対して査察当局が警告を出す行動の組 (A, H_1) に対してはさらなる査察の強化によって不法行為は発見され行為者は法の定めによって処罰を受けると仮定し，行為者は $-b(b > 0)$ の損失を被る．一方，査察者の不法行為による損失を $-a$ とする．条件 $a < 1$ は、査察者にとって不法行為を見逃すよりは警告を出すことが望ましいことを意味する．最後に，行為者の合法行為に対して査察者が誤って警告を出してしまう行動の組 (A, H_0) では，査察者と行為者の損失はそれぞれ $-c$，$-d$ である．条件 $c < a$ と $d < b$ は，査察者と行為者にとって**誤った警告** (false alarm) の損失は他の場合の損失に比べて小さいことを示す．しかし、誤った警告を回避することは二人の共通の利益であり，一般に査察ゲームはゼロ和２人ゲームではなく非ゼロ和２人ゲームであることに注意する.

査察者はさまざまな手法を用いて行為者の行動を査察し，査察のプロセスにおいて得るシグナルに基づいて不法行為の警告を出すかどうかを決定する．一

[5]本章で考察する査察ゲームでは査察の回数は１回のみである。査察が逐次的に行われるモデルについては、Avenhaus/Okada(1992) や Canty 他 (2001) 等を参照.

連の査察プロセスはランダムサンプリングや核物質量の統計的な測定誤差など多くの確率的要素を含み，査察者の判定ルールも確率的である一般的状況を考える．

査察ゲームでは，次の２つの条件つき確率の概念が重要な役割を果たす．第１は，行為者が合法行為 H_0 を選択するにもかかわらず査察者が警告を出す確率

$$\alpha = Prob(A \mid H_0)$$

である．この条件つき確率 α は，誤った警告が出現する確率を表す．第２は，行為者が不法行為 H_1 を選択するときにもかかわらず警告を出さない確率

$$\beta = Prob(\bar{A} \mid H_1)$$

である．この条件つき確率 β は不法行為が発見されない確率を表す．統計的決定理論の用語では，α を第１種の過誤確率，β を第２種の過誤確率という．

誤った警告の確率 α と不法行為が発見されない確率 β を独立に選択することはできないことに注意する．例えば，査察者が特別な査察手法を用いないである確率 α で「ランダム」に警告を出す戦略 (ゲーム理論の用語では，混合戦略という) をとるとする．このとき，

$$\beta(\alpha) = 1 - \alpha,\ 0 \le \alpha \le 1$$

の関係がある．

査察者が行為者の行動に関係なくランダムに警告を出すことは現実的にはあり得ず，実際は行動を調査しその調査結果に基づいて警告を出すのが一般的である．

いま，例として，次のような単純な査察メカニズムを考える．査察の結果，$good(g)$ と $bad(b)$ の２通りのシグナルがランダムに出現する．シグナルが出現する確率は行為者の行動に依存し，

$$\begin{aligned} &Prob(good \mid H_0) = 1 - a\ , \ Prob(bad \mid H_0) = a \\ &Prob(good \mid H_1) = b \qquad , \ Prob(bad \mid H_1) = 1 - b \end{aligned}$$

とする．ただし，$0 < a$，$b < 1/2$ である．査察者の判定ルールは，シグナル g を受けたときは合法行為 H_0 が選択されたと解釈して警告を出さないが，シグナル b を受けたときは不法行為 H_1 が選択されたと解釈して警告を出すとする．このとき，誤った警告の確率 α と不法行為が発見されない確率 β はそれぞれ

$$\alpha = a,\ \beta = b$$

となり，$\alpha + \beta < 1$ である (図 3 の点 A).

一方，査察者がつねに警告を出す戦略を採用するとき，明らかに $\alpha = 1$，$\beta = 0$ (図 3 の点 B) である．査察者はこれらの 2 つの査察戦略を適当な確率でランダムに採用することによって図 3 の点 A と点 B を結ぶ直線上の任意の (α, β) の組を実現することができる．

査察者がつねに警告を出さない戦略を採用するときは $\alpha = 0$，$\beta = 1$ (図 3 の点 C) である．上と同様の方法によって，査察者は点 B と点 C を結ぶ直線上のすべての (α, β) の組を実現することができる．

図 3

一般に，査察ゲームの分析では不法行為が発見されない確率 β は誤った警告の確率 α の関数で次の性質をもつことが仮定される．

仮定 1. 不法行為が発見されない確率 $\beta(\alpha)$ は，閉区間 [0, 1] からそれ自身への連続で凸な関数で，$\beta(0) = 1$, $\beta(1) = 0$, さらに開区間 (0, 1) で微分可能である．

核不拡散条約のデータ検証問題の例を用いて不法行為が発見されない確率 $\beta(\alpha)$ がどのように定まるかをみてみる．

例 1. データ検証問題における査察ルール

核物質の保有量や自然環境に含まれる有害物質の量など査察当局がその真の値を知りたいと考えている確率変数 X を考える．X は平均値 m，分散 1 の正規

分布に従うが，平均値 m は行為者が合法行為 (H_0) を選択するか不法行為 (H_1) を選択するかに依存する．平均値 m と分散 1 をもつ正規分布の密度関数は

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2}}$$

で与えられる．行為者の選択が $H_i(i = 0, 1)$ のときの確率変数 X の平均値を $E_i(X)$ とおくとき，

$$\begin{aligned} H_0 &: E_0(X) = 0 \quad (\text{合法行為}) \\ H_1 &: E_1(X) = \mu \quad (\text{不法行為}) \end{aligned}$$

である．第 2 節で述べた核不拡散条約の事例では，確率変数 X は原子力施設の操業者から IAEA に報告されたデータ y と IAEA による独自の測定データ z の差 $y - z$ に対応する．

いま，査察者の採用する査察ルール (統計的テスト) として，ある臨界値 $s(> 0)$ に対して X の観測値 x が $x > s$ ならば不法行為が行なわれたと判断して警告を出すものを考える．このとき，誤った警告の確率 α と不法行為が発見されない確率 β は次の関係式を満たす.

$$\begin{aligned} 1 - \alpha &\equiv Prob(x \leq s \mid H_0) = F(s) \\ \beta &\equiv Prob(x \leq s \mid H_1) = F(s - \mu). \end{aligned}$$

ただし，$F(s)$ は正規分布 $N(0, 1)$ の分布関数で

$$F(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{s} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

である (図 4 参照)．$p = F(s)$ の逆関数を $s = U(p)$ とおくと，

$$\beta = F(U(1 - \alpha) - \mu)$$

の関係が成り立つ．

図 4

図 1 の利得行列をもつ戦略形ゲームを Γ^0 とおく．ゲーム Γ^0 は査察者が行為者の行為とは独立にランダムに警告を出す状況を表す．

定理 1. 誤った警告の確率 α と不法行為が発見されない確率 β が次の関係

$$\beta(\alpha) = 1 - \alpha,\ 0 \leq \alpha \leq 1$$

を満たす査察ゲーム Γ^0(図 1) はただ一つのナッシュ均衡点をもち，均衡点は混合戦略

$$\begin{aligned}(\alpha^*, 1-\alpha^*) &= \left(\frac{1}{1+b-d}, \frac{b-d}{1+b-d}\right) \\ (t^*, 1-t^*) &= \left(\frac{1-a}{1-a+c}, \frac{c}{1-a+c}\right)\end{aligned}$$

で与えられる．ただし，t^* は行為者が合法行為を選択する確率である．

証明. 利得パラメータの条件，$0 < c < a < 1$，$0 < d < b$，より，純戦略によるナッシュ均衡点は存在しないことがわかる．混合戦略によるナッシュ均衡では，査察者の混合戦略 $(\alpha, 1-\alpha)$ に対して行為者の 2 つの行動の期待利得は等しくなければならないから，

$$-d\alpha = 1 - \alpha - b\alpha$$

が成立する．左辺が合法行為 H_0 を選択したときの期待利得，右辺が不法行為 H_1 を選択したときの期待利得である．上の式を解いて

$$\alpha^* = \frac{1}{1+b-d}$$

を得る．同様にして，

$$t^* = \frac{1-a}{1-a+c}$$

を示せる．　(証明終)

定理 1 は次の 2 つの重要な結果を示している．査察者と行為者が互いに相手の行動に関していかなる情報も得ないで自分の行動を選択する査察ゲーム Γ^0 では，(1) 査察者は確率的な査察戦略を採用する，(2) 行為者が不法行為を選択する確率は正であり不法行為を完全に阻止することはできない．

次に，査察者がモニタリングに基づいて警告を出すかどうかを決定する一般的な状況を考える．査察者が誤って警告を出す確率 α と不法行為が発見されない確率 $\beta(\alpha)$ は仮定 1 を満たすとする．

ゲームのルールは次で与えられる．最初に，査察者が誤った警告が出現する確率 $\alpha(0 \le \alpha \le 1)$ の値を選択する．次に，行為者は査察者の選択を知らずに合法行為 (H_0) か不法行為 (H_1) のどちらかを選択する．最後に，査察者と行為者の選択に依存して，確率

$$Prob(A|H) = \begin{cases} \alpha & if\ H = H_0 \\ 1-\beta & if\ H = H_1 \end{cases} \tag{3.1}$$

で警告 (A) が出される．ゲームの展開形表現は図 5 で与えられ，このゲームを Γ^1 とおく．

図 5

査察者が誤って警告を出す確率 α と行為者が不法行為 (H_1) を選択する確率 $q(0 \le q \le 1)$ をそれぞれの戦略変数とするとき，査察者と行為者の期待利得はそれぞれ

$$g_1(\alpha, q) = \big(-a(1-\beta) - \beta\big)q - c\alpha(1-q)$$
$$g_2(\alpha, q) = \big(-b(1-\beta) + \beta\big)q - d\alpha(1-q)$$

で与えられる．

定理 2. 査察ゲーム Γ^1 はただ一つのナッシュ均衡点 (α^*, q^*) をもち，次の性質が成り立つ．
(1) $0 < \alpha^* < 1$, $0 < q^* < 1$
(2) $-b + (b+1)\beta(\alpha^*) + d\alpha^* = 0$

証明. 最初に，査察ゲーム Γ^1 は純戦略によるナッシュ均衡点をもたないことを示す．もし $\alpha^* = 0$ ならば，$\beta(\alpha^*) = 1$ であり行為者の最適応答は $q^* = 1$ である．このとき，査察者の利得は $(a-1)\beta(\alpha) - a$ である．$a - 1 < 0$ より，査察者の最適応答は $\beta(\alpha^*) = 0$，すなわち，$\alpha^* = 1$ である．これは，$\alpha^* = 0$ に矛盾する．もし $\alpha^* = 1$ ならば，$\beta(\alpha^*) = 0$ であり行為者の最適応答は $q^* = 0$ である．$q^* = 0$ に対する査察者の最適応答は $\alpha^* = 0$ であり，$\alpha^* = 1$ に矛盾する．同様にして，$q^* = 0$ および $q^* = 1$ をもつナッシュ均衡点も存在しないことが示せる．

次に，混合戦略によるナッシュ均衡点を考える．行為者の利得を

$$g_2(\alpha, q) = \bigl(-b(1-\beta) + \beta + d\alpha\bigr)q - d\alpha$$

と変形できるから，行為者の均衡戦略 q^* が $0 < q^* < 1$ であるためには，査察者の均衡戦略 α は

$$-b + (b+1)\beta(\alpha) + d\alpha = 0$$

を満たさなければならない．上式は，

$$H(\alpha) \equiv \beta(\alpha) - \frac{b - d\alpha}{b+1} = 0$$

とかける．仮定 1 より，関数 $H(\alpha)$ は [0,1] 上の連続で凸な関数だから単調減少関数で $H(0) > 0$，$H(1) < 0$ より，$H(\alpha^*) = 0$ の解 $\alpha^* \in [0,1]$ がただ一つ存在する (図 6 参照).

行為者の均衡戦略 q^* は，

$$g_1(\alpha^*, q^*) \geq g_1(\alpha, q^*),\ \forall\alpha \in [0,1]$$

を満たさなければならない．$g_1(\alpha, q^*)$ は α に関して凹な関数であるから，

$$\frac{\partial g_1}{\partial \alpha}(\alpha^*, q^*) = 0$$

が成り立つ．これを解いて，

$$q^* = \frac{c}{c + (a-1)\beta'(\alpha^*)}$$

を得る．以上の議論より，査察ゲーム Γ^1 のナッシュ均衡点 (α^*, q^*) がただ一つ存在することが証明できる．(証明終)

図 6

図 6 は誤って警告する確率の均衡値 α^* がどのように決定されるかを示している．図 6 において直線の上側の領域では行為者の最適応答は不法行為 (H_1) である．この領域では，査察者は不法行為が発見されない確率 β の値を下げることにより利得を増加できる．一方，直線の下側の領域では行為者の最適応答は合法行為 (H_0) である．この領域では，査察者は誤って警告する確率 α を下げることで利得を増加できる．直線上の (α, β) の組に対して，査察者は合法行為と不法行為に関して無差別である．誤って警告する確率の均衡値 α^* は直線と曲線 $\beta = \beta(\alpha)$ の交点によって定まる．

定理 2 より，査察ゲーム Γ^1 の均衡点は次の性質をもつことがわかる．査察者による警告は行為者が不法行為を選択しても合法行為を選択しても正の確率で出現する．誤って警告する確率 α^* は行為者の利得パラメータ b，d のみによって定まり，査察者の利得パラメータには無関係である．また，行為者が不法行為を行なう確率 q^* は正であり，査察者は不法行為を完全に阻止することはできない．

これまでの分析では，査察者の採用する査察ルールを行為者が知り得ない査察ゲームを考察した．ここで、これまでの分析結果を再検討し 3 つの問題点を指摘する．第 1 に，均衡では査察者は行為者の不法行為を完全に阻止することはできない．これは，不法行為の阻止を目的とする査察者にとっては望ましくない結果である．第 2 に，行為者が確率的に法を遵守するかどうかを決定するという仮定は，核不拡散条約や他の主要な国際条約の遵守問題においては現実

的でない．第３に，現実の多くの査察では査察者はどのような査察ルールを採用するかについてコミットするパワーをもつ．もしこれが可能ならば，査察者は採用する査察ルールを事前に宣言することにより，行為者の選択に影響を及ぼすことができる可能性がある．

次に，上に指摘したような査察ゲームの問題点を解消するために，査察者が査察ルールにコミットできる査察ゲーム Γ^2 を考える．ゲームのルールは次のようである．最初に，査察者が誤った警告が出現する確率 $\alpha(0 \leq \alpha \leq 1)$ の値を選択する．次に，行為者は α の値を知った上で合法行為 (H_0) か不法行為 (H_1) を選択する．警告が出現する確率は査察ゲーム Γ^1 と同じであり，(3.1) で与えられる．査察ゲーム Γ^2 の展開形表現は図７で示される．

図７

査察ゲーム Γ^2 における査察者の純戦略は誤って警告する確率の値 $\alpha(0 \leq \alpha \leq 1)$ である．行為者の純戦略 γ は，各 $\alpha \in [0,1]$ に対して合法行為 H_0 か不法行為 H_1 を対応させる関数である．査察ゲーム Γ^2 は完全情報ゲームであり，ゲームの均衡概念として**部分ゲーム完全均衡点**を考える．

定理 3. 査察者が査察ルールにコミットできるゲーム Γ^2 はただ一つの部分ゲーム完全均衡点 (α^*, γ^*) をもち，(α^*, γ^*) は次の性質を満たす．

(1) 誤った警告が出現する確率 α^* は，

$$\beta(\alpha^*) = \frac{b - d\alpha^*}{b+1} \tag{3.2}$$

のただ一つの解である．

(2) 行為者の純戦略 γ^* は

$$r^*(\alpha) = \begin{cases} H_1 & if\ 0 \leq \alpha < \alpha^* \\ H_0 & if\ \alpha^* \leq \alpha \leq 1 \end{cases}$$

を満たす．

証明． 最初に，定理２の証明で示したように，(3.2) はただ一つの解 $\alpha^* \in (0,1)$ をもつ．行為者の利得関数より，行為者の最適戦略は

$$r^*(\alpha) = \begin{cases} H_1 & if\ 0 \le \alpha < \alpha^* \\ H_0\ or\ H_1 & if\ \alpha = \alpha^* \\ H_0 & if\ \alpha^* < \alpha \le 1 \end{cases}$$

であることがわかる．行為者の最適戦略を所与とするとき，査察者の利得は

$$g_1(\alpha, \gamma^*) = \begin{cases} -a(1-\beta) - \beta & if\ 0 \le \alpha < \alpha^* \\ -c\alpha & if\ \alpha^* < \alpha \le 1 \end{cases}$$

となる．すべての $\alpha \in [0,1]$ に対して，$-c\alpha > -a(1-\beta) - \beta$ より，査察者の最適戦略は $\alpha = \alpha^*$ となる．また，査察者の利得最大化の条件より (α^*, γ^*) が部分ゲーム完全均衡点であるためには

$$\gamma^*(\alpha^*) = H_0$$

が成立しなければならない (図８参照)．(証明終)

図８

定理３より，査察者が査察ルールにコミットできる査察ゲーム Γ^2 では誤った警告が出現する確率 α^* はコミットできない査察ゲーム Γ^1 と同じ値に設定されることがわかる．しかし，Γ^2 における行為者の行動は Γ^1 とは大きく異なり，査察者は行為者の不法行為を完全に阻止することができる．査察者が事前に査察ルールを宣言しそれにコミットできることが行為者の不法行為を阻止するのに大きな効力をもつことがわかる．

以上のように，査察ゲーム Γ^2 は不法行為を完全に阻止できるという大きな利点をもつが，２つの問題点を指摘できる．第１は，行為者の均衡戦略 γ^* を所

与するとき，査察者の利得関数は図 6 で示されるように不連続であるということである．もし査察者が「間違って」誤った警告が出現する確率 α の値を少しだけ均衡値 α^* より小さく設定するならば，利得は急激に減少してしまう．現実の査察問題では、物理的理由から確率 α の値の微小な変動は避けられないから，α の微小な変動に関して均衡点は頑健であることが求められる．第 2 に，誤った警告が出現する確率の均衡値 α^* に対して行為者は合法行為をとるか不法行為をとるかについて無差別であり，合法行為 (均衡行動) をとる積極的なインセンティブをもたない．次節では，情報不完備ゲームの理論がこれらの問題点をいかに解消するかについて述べる．

4　データ検証問題の情報不完備ゲーム

これまでの分析では，査察者と行為者がともに査察ゲームの利得行列 (図 1) のすべての利得パラメータを完全に知っていると仮定してきた．しかしながら，現実の多くの査察問題ではこの仮定は一般に成立しない．特に，査察者が行為者の利得について完全な知識をもつことはまれである．例えば，NPT の事例では締約国の非核兵器国に原子力の軍事利用を行なう意図があるかどうかに関して IAEA は不確実である．

この節では，ハルサニ (1967,1968) による**情報不完備ゲーム**の理論を用いて査察者が行為者の利得について不確実であるデータ検証問題を分析する．分析の主な目的は，前節の最後で議論した査察者が査察ルールにコミットできる査察ゲーム Γ^2 の二つの問題点が情報不完備ゲームのモデルによっていかに解消されるかを明らかにすることである．

分析を簡単にするために，査察者は不法行為 (H_1) が発見されないときの行為者の利得 (図 1 では 1) のみについて正確な知識をもたない状況を考える．図 1 の他のすべての利得パラメータは二人の共有知識とする．他の利得パラメータは不法行為が発見されたときの経済的損失や罰則さらに警告のコストなどによって定まり，これらの利得パラメータの値は公開された情報と考えられる．一方，不法行為が発見されない行動の組 $(\bar{A}, H_1)$ に対する行為者の利得は行為者の不

法行為を行なうインセンティブの大きさを表すものであり，それについて査察者は不完全な知識しかもたないのが一般的である．

仮定 2. 不法行為が発見されない場合の行為者の利得 x は半区間 $[0,\infty)$ に値をとる確率変数でありその分布関数を G とおく．確率変数 x の実現値を行為者は知るが査察者は知らない．分布関数 G は二人にとって既知とする．

これまでの査察ゲームでは行為者は合法行為 (H_0) と不法行為 (H_1) の 2 通りを考え，不法行為の方法はただ一つであることを想定した．以下の分析では，複数の不法行為を考え，不法行為を

$$\theta = (\theta_1, \cdots, \theta_n),\ \sum_{i=1}^{n} \theta_i = \mu,\ \theta_i \geq 0,\ i = 1, \cdots, n$$

で表す．NPT の事例では原子力施設が n 個存在し行為者は核兵器の製造に必要な μ 単位の核物質を各原子力施設 $i (= 1, \cdots, n)$ から不正に転用する状況に対応している．各 θ_i は第 i 番目の原子力施設から転用する核物質の量を表す．不法行為 θ の集合を Θ とする．

一方，査察者はすべての原子力施設 $i = 1, \cdots, n$ を独自に調査し第 i 番目の原子力施設における核物質の保有量について観測値 X_i を得る．査察者の戦略 δ は観測値ベクトル $(X_1, \cdots, X_n) \in R^n$ に対して警告を出すかどうかを決定する決定ルール (統計的テスト) であり，形式的には n 次元ユークリッド空間 R^n から集合 $\{A, \bar{A}\}$ への可測関数

$$\delta : R^n \to \{A, \bar{A}\}$$

で表現される．査察戦略 δ の集合を Δ で表す．

査察戦略 δ と行為者の合法行為 (H_0) に対して誤った警告が出現する確率

$$\alpha(\delta) = Prob\big(\delta(X_1, \cdots, X_n) = A \bigm| H_0\big)$$

が定まる．また，査察戦略 δ と行為者の不法行為 $\theta \in \Theta$ に対して不法行為が発見されない確率

$$\beta(\delta, \theta) = Prob\big(\delta(X_1, \cdots, X_n) = \bar{A} \bigm| H_1\big)$$

が定まる．

次のルールをもつ情報不完備な査察ゲーム Γ^3 を考える．

(1) 最初に，不法行為 H_1 が発見されない場合の行為者の利得 x が分布関数 G によって実現する．

(2) 利得 x の実現値を知らずに査察者が査察戦略 $\delta \in \Delta$ を選択する．

(3) (x, δ) を知った上で行為者は合法行為 H_0 か不法行為 H_1 を選択する．

(4) もし行為者が不法行為 H_1 を選択するならば，さらに $\theta \in \Theta$ を選択する．

(5) 最後に，次の確率で警告 A が出される：

$$Prob(A) = \begin{cases} \alpha(\delta) & \text{合法行為 } H_0 \text{ が選択された場合} \\ 1 - \beta(\delta, \theta) & \text{不法行為 } (H_1, \theta) \text{ が選択された場合} \end{cases}$$

この査察ゲーム Γ^3 の展開形表現は図 9 で示される．

図 9

後向き帰納法によって査察ゲーム Γ^3 の部分ゲーム完全均衡点を求める．各 $\alpha \in [0, 1]$ に対して集合 $\Delta_\alpha = \{\delta \in \Delta \mid \alpha(\delta) = \alpha\}$ を定義する．このとき，査察者の戦略集合 Δ は $\Delta = \cup\{\Delta_\alpha \mid 0 \leq \alpha \leq 1\}$ と表せる．分析の簡単化のため，次を仮定する．

仮定 3.

(1) 分布関数 G は密度関数 g をもつ

(2) すべての $\alpha \in [0, 1]$ とすべての $\delta \in \Delta_\alpha$ に対して最大化問題

$$\max_{\theta \in \Theta} \beta(\delta, \theta)$$

の解が存在して最大値を $\beta(\delta)$ とおく．

(3) すべての $\alpha \in [0, 1]$ に対して minmax 問題

$$\min_{\delta \in \Delta_\alpha} \max_{\theta \in \Theta} \beta(\delta, \theta)$$

の解が存在して minmax 値を $\beta(\alpha)$ とおく．

最初に，行為者の最適な不法行為 $\theta^* \in \Theta$ を求める．すべての $(x,\delta) \in [0,\infty) \times \Theta$ に対して行為者の期待利得は

$$(b+x)\beta(\theta,\delta) - b$$

である．すべての $x \geq 0$ に対して $b+x > 0$ より，査察戦略 δ に対する最適な不法行為 θ^* は最大化問題

$$\beta(\delta) = \max_{\theta\in\Theta} \beta(\delta,\theta)$$

の解である．行為者は不法行為が発見されない確率を最大化する．

次に，行為者による合法行為 H_0 か不法行為 H_1 かの選択を考える．$(x,\delta) \in [0,\infty) \times \Theta$ に対して，行為者の期待利得は合法行為を選択すると $-d\alpha(\delta)$ であり，不法行為を選択すると $(b+x)\beta(\delta) - b$ である．ゆえに，行為者の最適行動は

$$\begin{array}{ll} H_0 & if\ h(x,\delta) < 0 \\ H_0 \text{ または } H_1 & if\ h(x,\delta) = 0 \\ H_1 & if\ h(x,\delta) > 0 \end{array}$$

である．ただし，$h(x,\delta) \equiv -b + (b+x)\beta(\delta) + d\alpha(\delta)$ である．

最後に，査察者の最適戦略 $\delta^* \in \Delta$ を求める．行為者の最適戦略を所与とするとき，査察者の最適戦略 δ^* は最大化問題

$$\max_{\delta\in\Delta} \int_0^\infty g_1(\delta,x)dG(x) \tag{4.1}$$

の解である．ここで $g_1(\delta,x)$ は (δ,x) に対する査察者の期待利得で

$$g_1(\delta,x) = \begin{cases} -c\alpha(\delta) & if\ h(x,\delta) < 0 \\ -a\bigl(1-\beta(\delta)\bigr) - \beta(\delta) & if\ h(x,\delta) > 0 \end{cases}$$

である．最大化問題 (4.1) を

$$\max_{\alpha\in[0,1]} \max_{\delta\in\Delta_\alpha} \int_0^\infty g_1(\delta,x)dG(x)$$

と書き直し，最初にその部分問題

$$\max_{\delta\in\Delta_\alpha}\int_0^\infty g_1(\delta,x)dG(x) \tag{4.2}$$

の解を求める．すべての $(\alpha,\delta)\in[0,1]\times\Delta$ に対して

$$\begin{aligned}
&\int_0^\infty g_1(\delta,x)dG(x)\\
=\ &\int_{h(x,\delta)<0}(-c\alpha)dG(x)+\int_{h(x,\delta)>0}\Big(-a\big(1-\beta(\delta)\big)-\beta(\delta)\Big)dG(x)\\
=\ &\int_0^{\frac{b-d\alpha}{\beta(\delta)}-b}(-c\alpha)dG(x)+\int_{\frac{b-d\alpha}{\beta(\delta)}-b}^\infty\Big(-a\big(1-\beta(\delta)\big)-\beta(\delta)\Big)dG(x)
\end{aligned}$$

である．上の積分の和は β の単調減少関数であることがわかるから，部分問題 (4.2) は，最小化問題

$$\min_{\delta\in\Delta_\alpha}\beta(\delta) \tag{4.3}$$

と同値である．仮定 3 より，(4.3) の解が存在し最小値を $\beta(\alpha)$ とおく．$\alpha\in[0,1]$ に対して

$$K(\alpha)\equiv\frac{b-d\alpha}{\beta(\alpha)}-b$$

とおくと，最大化問題 (4.1) は次の最大化問題

$$\begin{aligned}
&\max_{\alpha\in[0,1]}\int_0^{K(\alpha)}(-c\alpha)dG(x)+\int_{K(\alpha)}^\infty\Big(-a\big(1-\beta(\alpha)\big)-\beta(\alpha)\Big)dG(x)\\
&=\max_{\alpha\in[0,1]}(-c\alpha)G\big(K(\alpha)\big)+\Big(-a\big(1-\beta(\alpha)\big)-c\beta(\alpha)\Big)\Big(1-G\big(K(\alpha)\big)\Big)
\end{aligned} \tag{4.4}$$

と同値である．以上の議論より，次の定理が証明できる．

定理 4. 情報不完備な査察ゲーム Γ^3 の部分ゲーム完全均衡点は，次の性質をもつ．

(1) 最適査察戦略 δ^* が誤って警告を出す確率 $\alpha^* = \alpha(\delta^*)$ は最大問題 (4.4) の解であり，δ^* は minmax 問題

$$\min_{\delta \in \Delta_{\alpha^*}} \max_{\theta \in \Theta} \beta(\delta, \theta)$$

の解である．ただし，$\beta(\delta, \theta)$ は査察戦略 δ と不法行為 θ を所与とするときの不法行為が発見されない確率である．
(2) 行為者は不法行為 H_1 が発見されない場合の利得 x が

$$K(\delta) \equiv \frac{b - d\alpha(\delta)}{\beta(\delta)} - b$$

より小さいとき合法行為を選択する．

定理 4 より，最適な査察戦略 δ^* の決定は次のように 2 段階に分解できることがわかる．最初に，誤った警告が出現する確率の均衡値 α^* を最大問題 (4.4) の解として定める．次に，α^* を所与として δ^* を minmax 問題

$$\min_{\delta \in \Delta_{\alpha^*}} \max_{\theta \in \Theta} \beta(\delta, \theta)$$

の解として定める．特に，最後のステップは誤った警告が出現する確率 α^* が決まると，最適査察戦略は査察者と行為者の利得パラメータとは独立に決定できることを示していて，現実のデータ検証問題への応用上，重要である．また，この節の最後で述べるように minmax 問題は統計的決定理論と深く関係する．

各 $\alpha \in [0, 1]$ に対して査察者が minmax 問題の解である査察ルール $\delta(\alpha)$ を採用するとき，行為者は不法行為が発見されない場合の利得 x が $K(\alpha)$ より小さいとき，合法行為を選択する．この意味で，$K(\alpha)$ を合法行為の臨界値関数という．合法行為が選択される確率は $G(K(\alpha))$ である．臨界値関数 $K(\alpha)$ は，開区間 (0,1) 上で単調増加であり，$K(0) = 0$ および

$$\lim_{\alpha \to 1} K(\alpha) = +\infty$$

を満たす．図１０は，不法行為の利得 x が区間 $[d_0, d_1]$ 上に分布している場合の臨界値関数 $K(\alpha)$ と合法行為の確率 $G(K(\alpha))$ のグラフを示している．図１

１は，査察者の期待利得と誤った警告が出現する確率 α の関係を示している．情報完備な査察ゲーム Γ^2 で問題とされた期待利得の不連続性は情報不完備なモデル Γ^3 では解消されることがわかる (図８と図１１参照)．図１１において，$\alpha \in [\alpha_0, \alpha_1]$ に対する査察者の期待利得は合法行為 H_0 による利得と不法行為による利得を $\big(G\big(K(\alpha)\big), 1 - G\big(K(\alpha)\big)\big)$ の重みベクトルで一次結合したものになっている．

図１０と図１１

不法行為が発見されない場合の行為者の利得 x が区間 $[d_0, d_1]$ 上の確率変数のとき，図 10 が示すように $K(\alpha_1) = d_1$ を満たす α_1 を誤った警告が出現する確率として定めれば，不法行為の確率をゼロとすることができる．一般に，査察者の最適な査察戦略は警告が誤った場合のコストを考慮すれば不法行為を完全に阻止できるように誤った警告の確率を上限 α_1 まで高くすることでは必ずしもないが，図 11 のような状況では期待利得を最大にする査察者の最適査察戦略と不法行為を完全に阻止する戦略と一致する．このような**不法行為の完全抑止**が均衡として成立するための十分条件が次の定理で示される．定理の証明は，Avenhaus/Okada(1988) を参照.

定理 5. 不法行為が発見されない場合の行為者の利得 x が区間 $[d_0, d_1]$ 上の一様分布に従う確率変数であり，合法行為の臨界値関数 $K(\alpha)$ が開区間 (α_0, α_1)，ただし $\alpha_0 = K(d_0)$，$\alpha_1 = K(d_1)$，上で微分可能とする．もし

$$\frac{1}{d_1 - d_0} \min_{\alpha \in [\alpha_0, \alpha_1]} K'(\alpha) \geq \frac{c}{a - c}$$

ならば，情報不完備な査察ゲーム Γ^3 の部分ゲーム完全均衡点では誤った警告が出現する確率の値は $\alpha^* = \alpha_1$ であり不法行為は完全に抑止される．

定理の条件は，誤って警告を出した場合の査察者のコスト c が低い，あるいは不法行為が発見されない場合の行為者の利得 x の値域が十分に大きいことを (適当な条件下で) 意味する．前者の場合，査察者は誤って警告を出すときの損

失をあまり心配せずに警告の過誤確率を上限に設定できる．後者の場合，行為者が不法行為を選択するインセンティブが大きいと予想されるので，不法行為を阻止するために警告の過誤確率を高く設定し不法行為を発見する確率を上げることが査察者の最適行動となる．

最後に，最適査察戦略を特徴づける minmax 問題

$$\min_{\delta\in\Delta_\alpha}\max_{\theta\in\Theta}\beta(\delta,\theta) \tag{4.5}$$

と統計的決定理論との関係について述べる．

minmax 問題から次のようなゼロ和２人ゲーム G_α を構成することができる．査察者は統計的決定関数 $\delta\in\Delta_\alpha$ を戦略として不法行為が発見できない確率 $\beta(\delta,\theta)$ を最小化する．行為者は不法行為 $\theta\in\Theta$ を戦略として $\beta(\delta,\theta)$ を最大化する．ゼロ和２人ゲーム G_α は通常の minmax 定理の仮定を満たさず必ずしもゲームの値をもつとはいえない．もしゼロ２人ゲーム G_α がゲームの値をもてば，minmax 問題 (4.5) は maxmin 問題

$$\max_{\theta\in\Theta}\min_{\delta\in\Delta_\alpha}\beta(\delta,\theta) \tag{4.6}$$

と同値である．

maxmin 問題 (4.6) は minmax 問題 (4.5) に比べて分析が容易である．最小化問題

$$\min_{\delta\in\Delta_\alpha}\beta(\delta,\theta) \tag{4.7}$$

を考える．この最小化問題は統計的決定理論で有名なナイマン・ピアソン (Neyman/Pearson) の補題[6]を用いて次のように解くことができる．

単純仮説を

$$H_0:\theta=\theta_0=(0,\cdots,0)\quad(\text{合法行為})$$

とし，ただ一つの対立仮説

$$H_1:\theta=\theta_1=(\mu_1,\cdots,\mu_n)\quad(\text{不法行為})$$

[6]ナイマン・ピアソンの補題については河田 (1961) を参照.

を考える．ナイマン・ピアソンの補題より，最小化問題 (4.7) の最適解 δ^* は次で与えられる．

$$\delta^*(x_1,\cdots,x_n)=\begin{cases} H_1 & if\ \frac{L(x,\theta_1)}{L(x,\theta_0)}\geq k \\ H_0 & if\ \frac{L(x,\theta_1)}{L(x,\theta_0)}< k \end{cases} \tag{4.8}$$

ここで，$L(x,\theta)$ はパラメータ θ の下での $x=(x_1,\cdots,x_n)$ の確率密度関数である．臨界値 k は，$\delta^*\in\Delta_\alpha$，すなわち

$$\int_{\delta^*(x_1,\cdots,x_n)=H_1} L(x,\theta_0)dx=\alpha$$

となるように定める．

例として，$\theta=(\frac{\mu}{n},\cdots,\frac{\mu}{n})$，すなわち，行為者は有意量 μ の核物質を n ヵ所の原子力施設から均等に転用する場合を考える．また，観測値 $x_1,\cdots,x_n$ はパラメータ $\theta(=0,\ \frac{\mu}{n})$ の下で平均値 θ，分散 1 の正規分布に従うとする．このとき，

$$L(x,\theta)=\Big(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\Big)^n\exp\Big(-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n(x_i-\theta)^2\Big)$$

である．最適査察戦略 δ^* が不法行為と判定する観測値の領域（仮説 H_0 の棄却域）は，(4.8) より $\theta_1=\frac{\mu}{n}$ とおくと，

$$\frac{L(x,\theta_1)}{L(x,0)}=\exp\Big(-\frac{1}{2}(\sum_{i=1}^n(x_i-\theta_1)^2-\sum_{i=1}^n x_i^2)\Big)\geq k$$

である．上式は，

$$\sum_{i=1}^n x_i\geq\Big(\frac{\theta_1}{2}+\frac{\log k}{n\theta_1}\Big)n,\ \theta_1=\frac{\mu}{n} \tag{4.9}$$

と同値である．右辺の臨界値 k は制約条件 $\delta^*\in\Delta_\alpha$ より定められる．(4.9) より，不法行為 $\theta=(\mu/n,\cdots,\mu/n)$ に対する最適査察戦略は，n 個の観測値 $x_1,\cdots,x_n$ の総和

$$\bar{x}=\sum_{i=1}^n x_i$$

が臨界値より大きければ不法行為と判定するという単純な判定ルールであることがわかる．最後に，査察者が n ヵ所の施設をすべて査察する場合，(4.9) の査察戦略と不法行為 $\theta = (\mu/n, \cdots, \mu/n)$ の組み合わせはゼロ和２人ゲーム G_α の均衡点であることが知られている.[7] 詳しくは，Avenhaus/von Stengel/Zamir(1996) または Avenhaus/Okada/Zamir(1991) を参照.

5 おわりに

本章では，条約や協定の遵守問題の一つとしてデータ検証問題をとり上げ，ゲーム理論がデータ検証問題にどのように応用されるかについて国際原子力機関の核査察を事例として考察した．行為者が不法行為を選択するインセンティブをもつ場合，虚偽のデータが査察者に報告される可能性がある．査察者は報告されたデータと独自に収集・測定したデータを比較して条約が遵守されたかどうかを判定しなければならない．現実の多くの状況では，測定誤差などの確率的ノイズがデータに含まれるため，査察当局が完全に正しい判定を下すことは一般に不可能である．不完全な情報しか得られない状況では，査察当局が誤った判定をする可能性は避けられない．

本章でのゲーム理論によるデータ検証問題の分析から，次の２つの主要な結果を得る．第１に，多くの国際条約の事例のように査察当局が事前に査察ルールを公表し査察ルールにコミットするパワーをもつ状況では，パワーをもたない状況と比較して不法行為を阻止できる可能性が高い．第２に，査察者の最適な査察戦略を設計するためには，誤った警告を出してしまう確率と不法行為を発見できない確率を最適にコントロールする必要がある．本章の分析が示すように，誤った警告の出現確率を所与とするとき、査察ルール (統計的決定関数) の設計はプレイヤーの利得パラメータには無関係な統計的な問題に帰着できる．最適な査察ルールは，査察ルールと測定誤差の確率分布から定まる不法行為を

[7] 標本サイズが $n = 1$ で有意量 μ が大きい場合，行為者の最適戦略は n ヵ所のデータを均等に粉飾するのではなくただ 1ヵ所のデータだけを有意量 μ だけ粉飾する戦略であることが知られている (Avenhaus1986)．標本サイズが $1 < n < N$ の一般の場合，ゲームの最適戦略はまだ完全には解かれていない．

発見できない確率を評価関数とする minmax 問題の解として求まる．誤った警告が出現する確率 (第一種の過誤確率) の最適値は査察当局の利得パラメータに依存する．この事実は，誤った警告の可能性をどの程度まで許容するかは査察当局の政治的判断であることを示す．

最後に，データ検証問題へのゲーム理論の応用は，国際原子力機関による核査察の最適戦略の研究として発展してきた．ゲーム理論による分析は国際原子力機関のデータ検証問題の戦略的意思決定の構造を明らかにするだけでなく，統計的決定理論を応用することによって実際の査察戦略の設計に有用な指針を与えている．今後，ゲーム理論が現実の政策問題の理解と解決により一層貢献することが期待されている．

参考文献

Avenhaus, R. (1986), *Safeguards Systems Analysis.* Plenum, New York.

Avenhaus, R. and M. J. Canty (1996), *Compliance Quantified.* Cambridge Univ. Press, Cambridge.

Avenhaus, R., M. Canty, D.M. Kilgour, B. von Stengel andS. Zamir (1996), "Inspection Games in Arms Control," *European Journal of Operations Research,* 90, pp.383-394.

Avenhaus, R. and A. Okada (1992), "Statistical Criteria for Sequential Inspector-Leadership Games." *Journal of the Operations Research Society of Japan,* 35. pp.134-151.

Avenhaus, R. and A. Okada (1988),"Inspector Leadership Games with Incomplete Information," Discussion Paper No.17, Zentrum fur Interdisziplinare Forschung, Universitat Bielefeld.

Avenhaus, R, A. Okada, and S. Zamir (1991), "Inspector Leadership with

Incomplete Information." In: *Game Equilibrium Models IV,* ed. R. Selten, Springer, Berlin, pp.319-361.

Avenhaus, R. and G. Piehlmeier (1994), "Recent Developments in and Present State of Variable Sampling." IAEA-SM-333/7. *Proceedings of a Symposium on International Nuclear Safeguards 1994: Vision for the Future, Vol. I.* IAEA, Vienna, pp.307-316.

Avenhaus, R., B von Stengel and S. Zamir (1996), "Inspection Games," In: R.J. Aumann and S. Hart (eds.), *Handbook of Game Theory: Vol.3,* North-Holland, pp.1947-1987.

M.J.Canty, D. Rothenstein and R. Avenhaus (2001), "Timely Inspection and Deterrence," *European Journal of Operations Research,* 131, pp.208-223.

Dye, R. A. (1986), "Optimal Monitoring Policies in Agencies." *RAND Journal of Economics,* 17, pp.339-350.

Kanodia, C. S. (1985), "Stochastic and Moral Hazard." *Journal of Accounting Research,* 23, pp.175-193.

Harsanyi, J.C. (1967,1968), "Games with Incomplete Information Played by 'Bayesian' Playens, Parts , and ," *Management Science,* 14, pp.159-182, 320-334, 486-502.

石田裕貴夫 (1992), 『核拡散とプルトニウム』, 朝日新聞社.

岡田章 (1996), 『ゲーム理論』, 有斐閣.

外務省（2004), 『日本の軍縮・不拡散外交』, 軍縮管理・科学審議官組織　監修. $http : //www.mofa.go.jp/mofaj/gaiko/gun_{h}akusho/2004/index.html.$

河田竜夫 (1961), 『確率と統計』, 朝倉書店.

原子力委員会編 (1992), 平成４年版原子力白書, 大蔵省印刷局発行.

文部科学省（2003),「我が国における保障措置活動状況等データの集計結果について」. $http://www.mext.go.jp/b_{m}enu/houdou/15/09/03090202.htm$

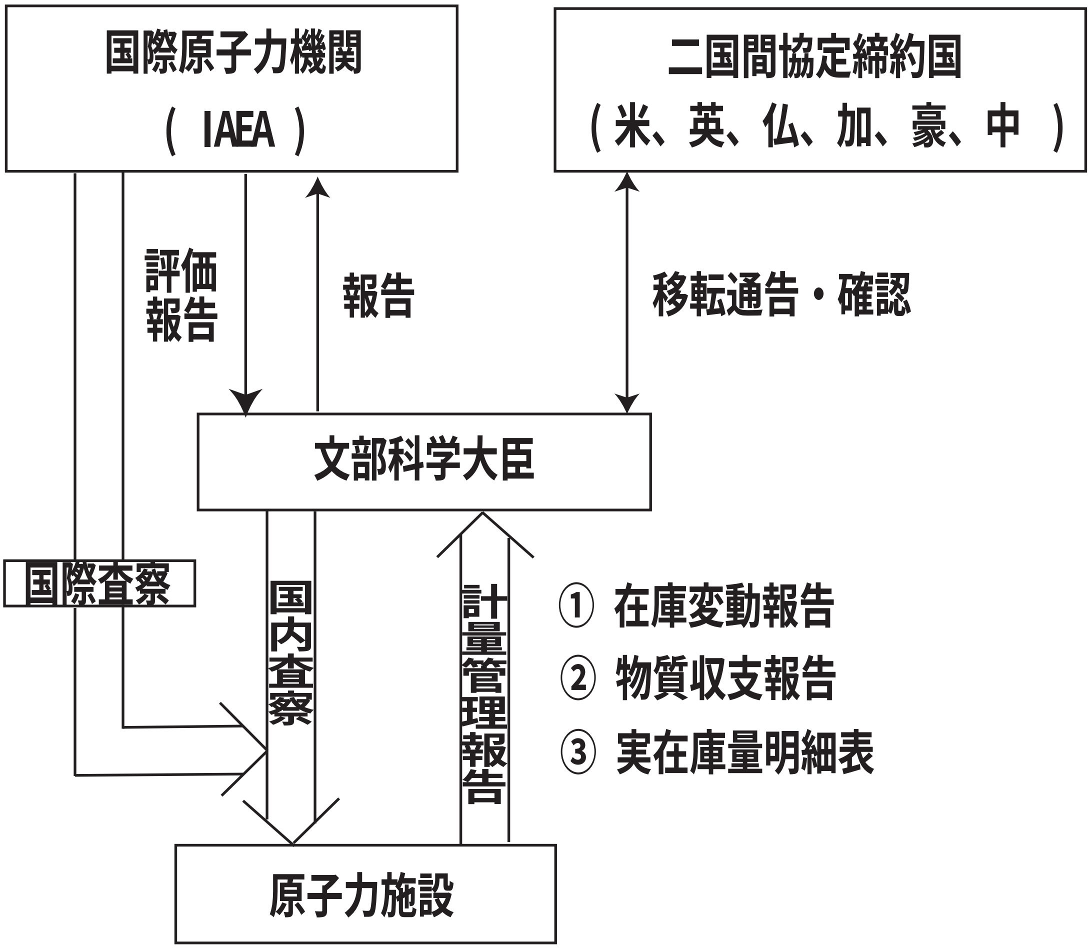

図１ わが国における保障措置実施体制
(平成 4年版原子力白書をもとに作成)

核燃料物質の区分	天然ウラン	劣化ウラン	濃縮ウラン		トリウム	プルトニウム
法律上の規制区分	(t)	(t)	U(t)	U-235(t)	(t)	(kg)
製錬	-	-	-	-	-	-
加工	997	9,237	1,375	53	0	-
原子炉	391	1,840	13,360	288	0	93,334
再処理	2	199	1,234	12	0	7,870
使用	83	231	29	1	2	3,415
合計	1,474	11,506	15,998	354	2	104,619

表1　わが国の核燃料物質一覧(2002年12月31日現在)
文部科学省(2003)より引用.

核燃料物質の区分	天然ウラン	劣化ウラン	濃縮ウラン		トリウム	プルトニウム
国籍の区分	(t)	(t)	U(t)	U-235(t)	(t)	(kg)
アメリカ	126	2,345	11,480	242	1	78,663
イギリス	28	378	1,550	22	0	15,430
フランス	543	4,949	4,639	94	0	33,100
カナダ	459	3,516	4,410	86	0	35,272
オーストラリア	185	681	2,559	52	-	17,902
中国	92	129	74	3	-	54
IAEA	0	2	0	0	-	1
その他	256	1,950	403	14	1	794

表2　核燃料物質量の告別一覧(2002年12月31日現在)
文部科学省(2003)より引用.

行為者 査察者	合法行為 H_0	不法行為 H_1
警告しない $\bar{A}$	0 0	-1 1
警告する A	-c -d	-a -b

図２　査察ゲームの利得行列

（ $0 < c < a < 1,\ 0 < d < b$ ）

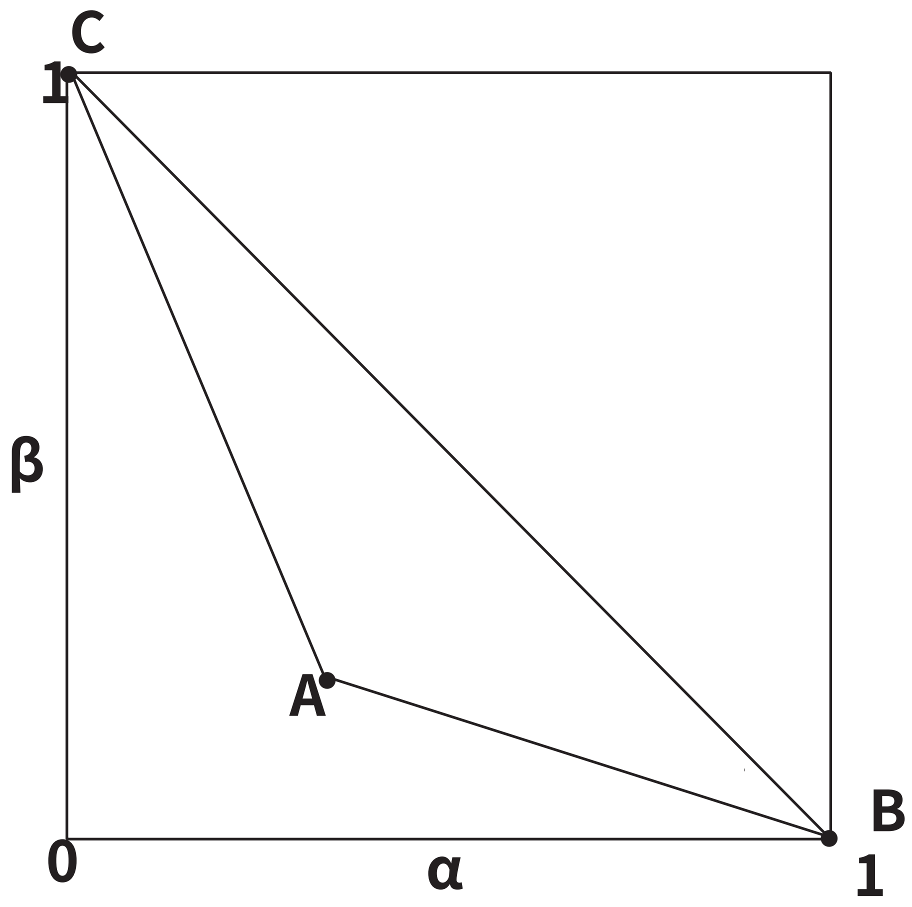

図３ 誤って警告する確率αと不法行為が
発見されない確率βの関係

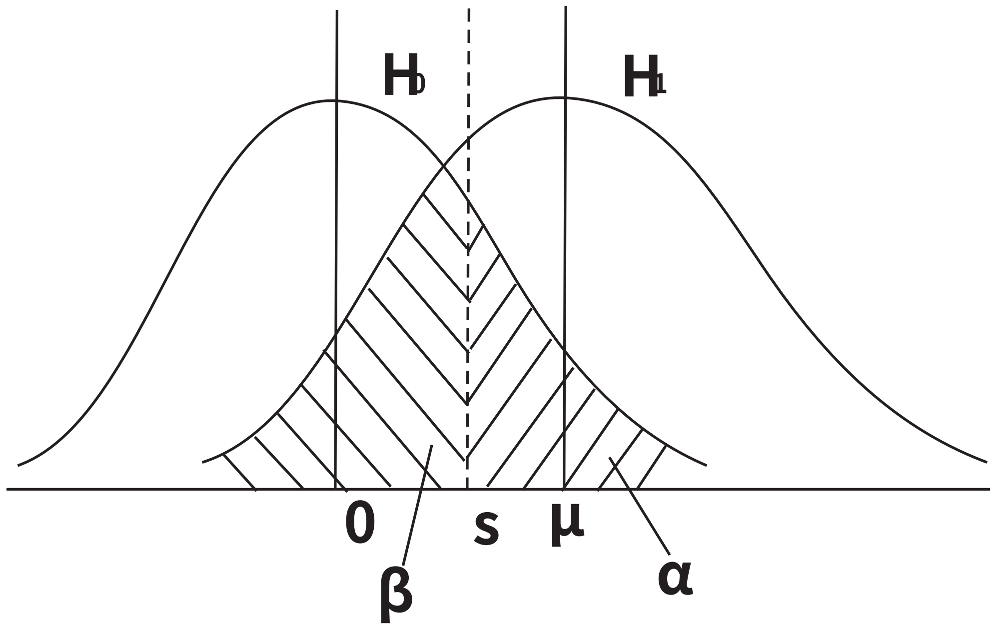

図４　データ検証問題における２つの過誤確率

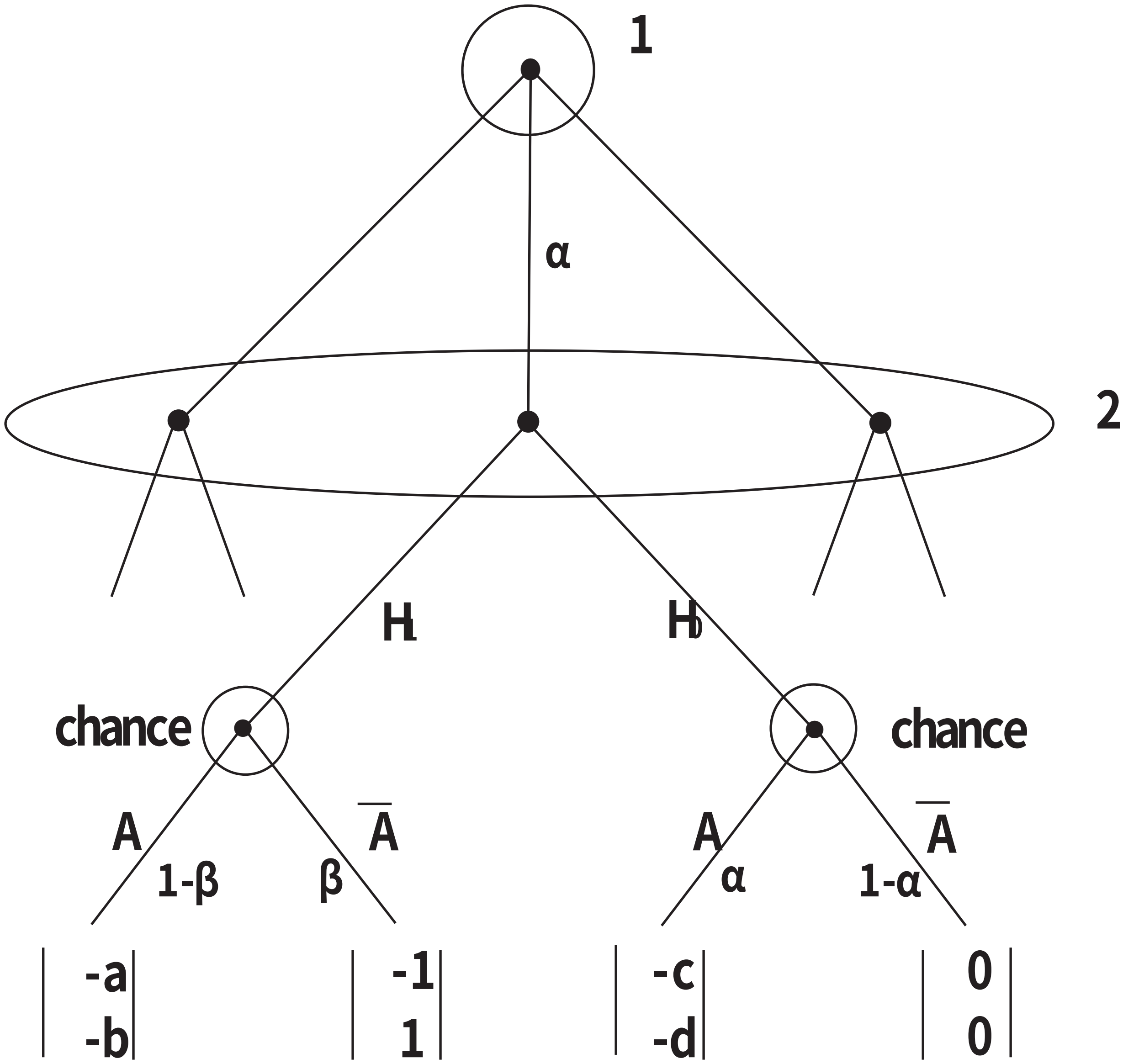

図５ 査察ゲームΓ¹

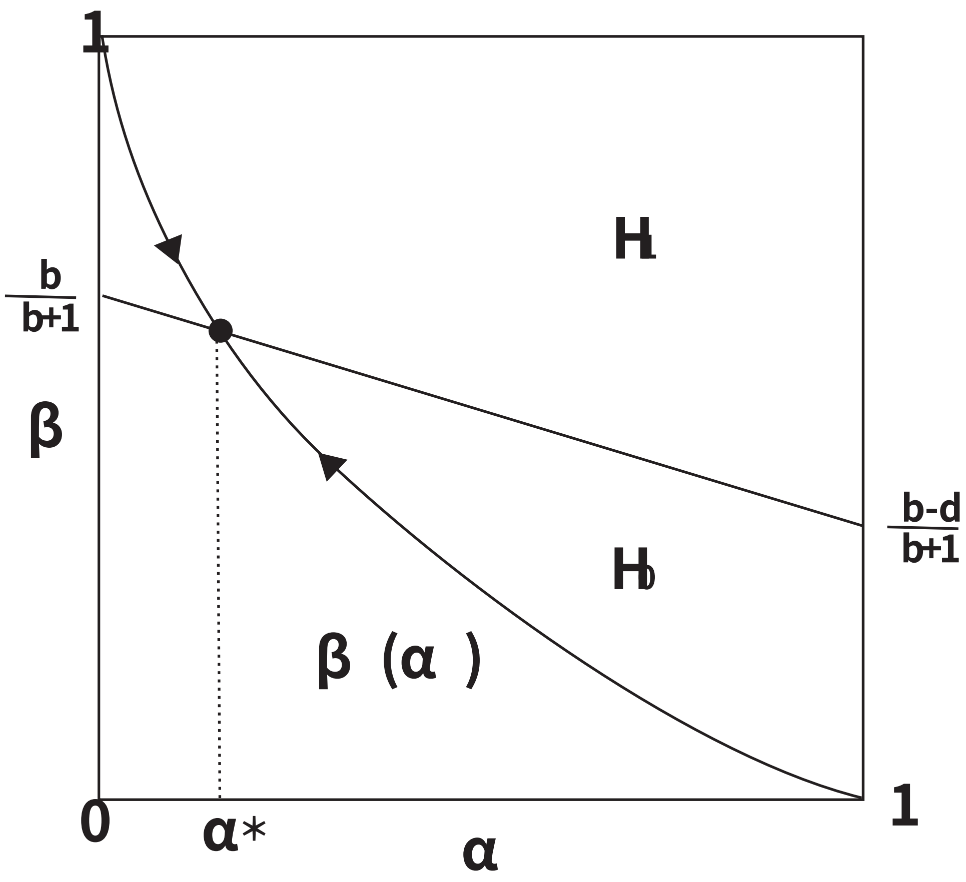

図６　誤った警告の確率α＊の決定

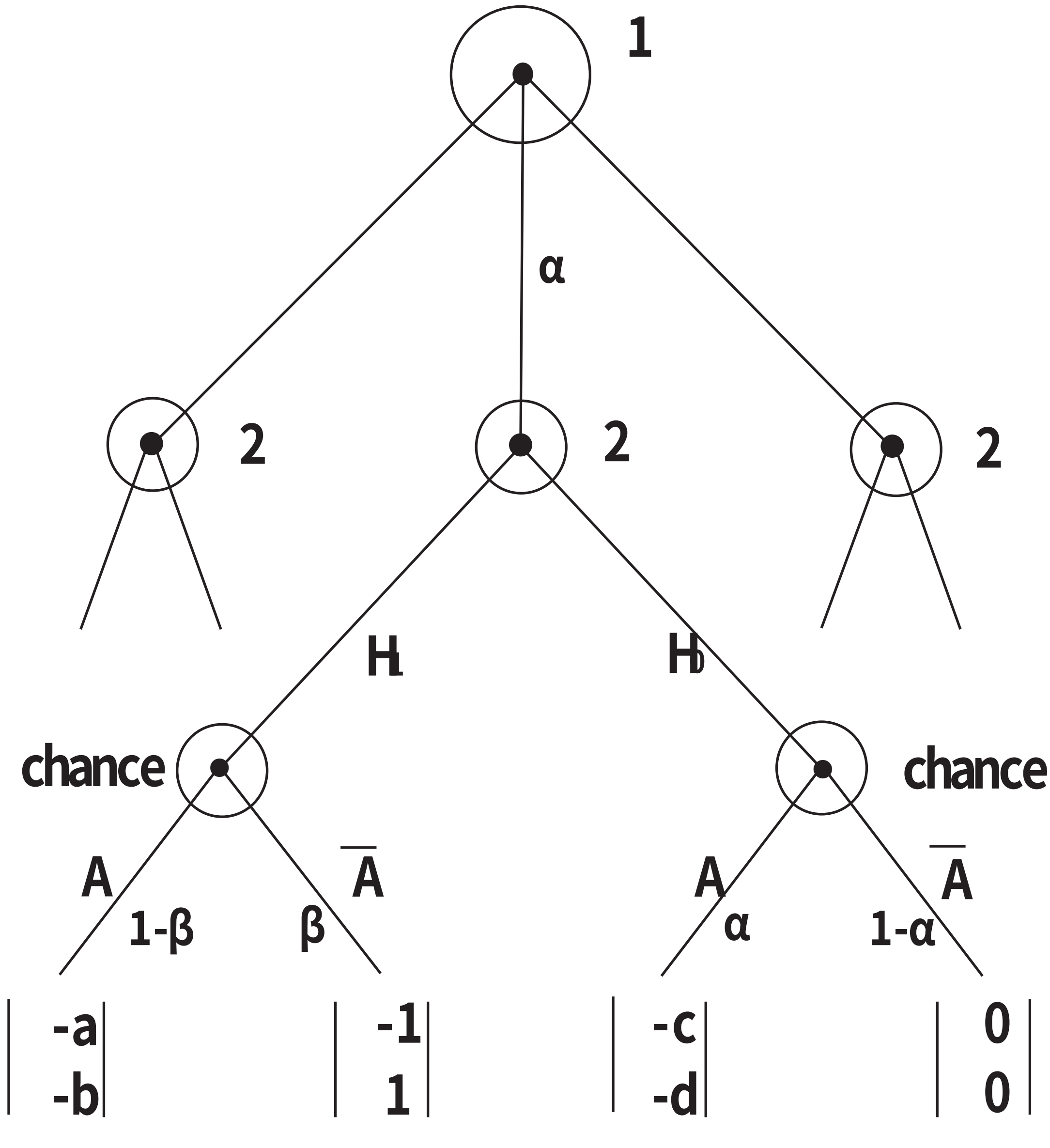

図７ 査察ゲームΓ²

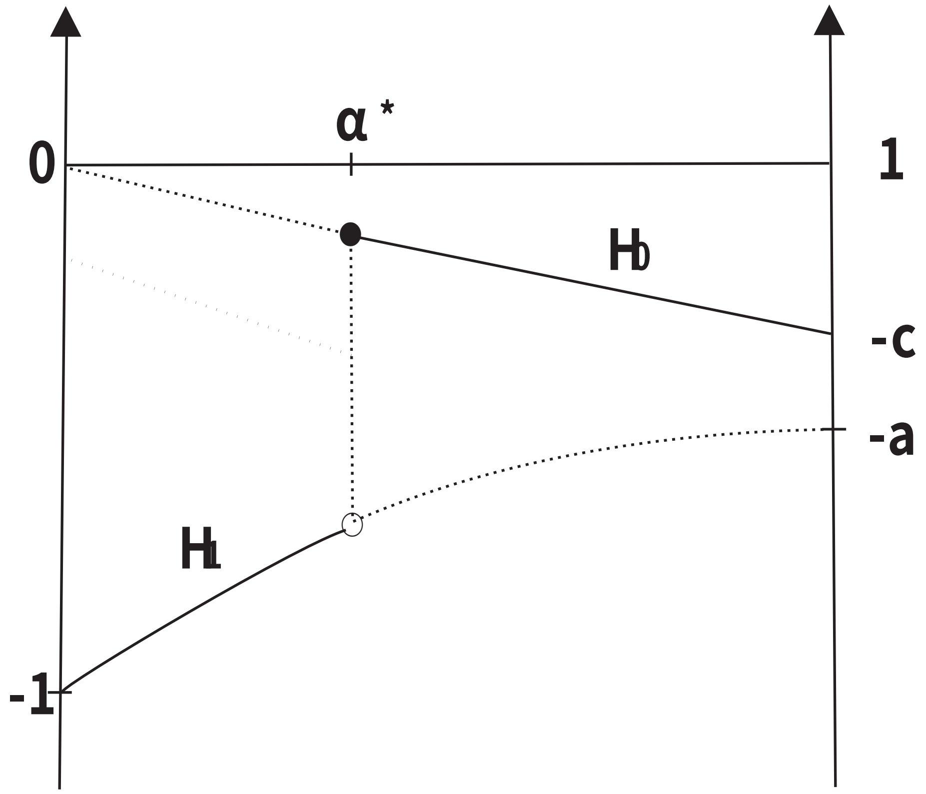

図 8　査察ゲーム Γ 2における査察者の利得

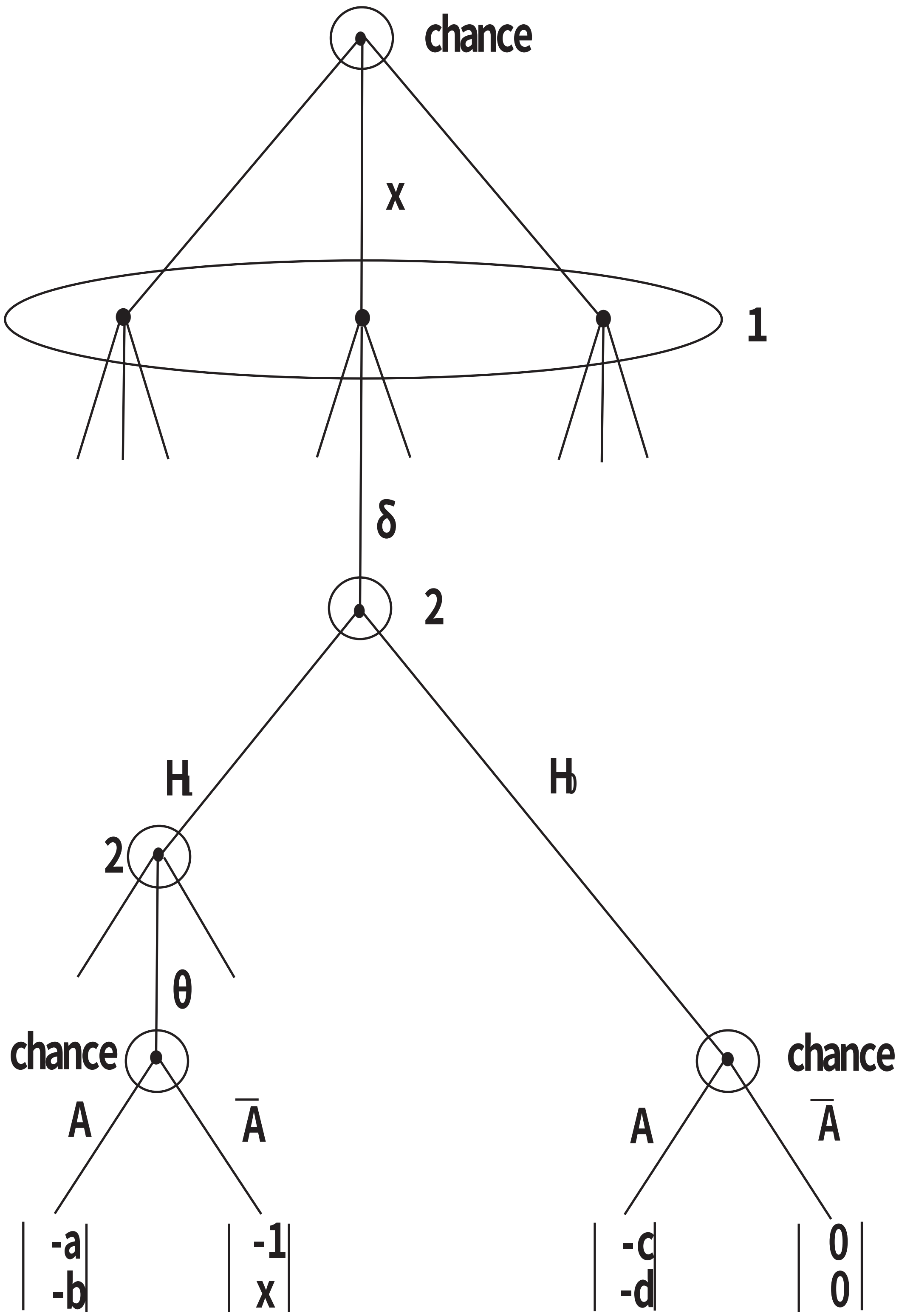

図９ 情報不完備な査察ゲームΓ ３

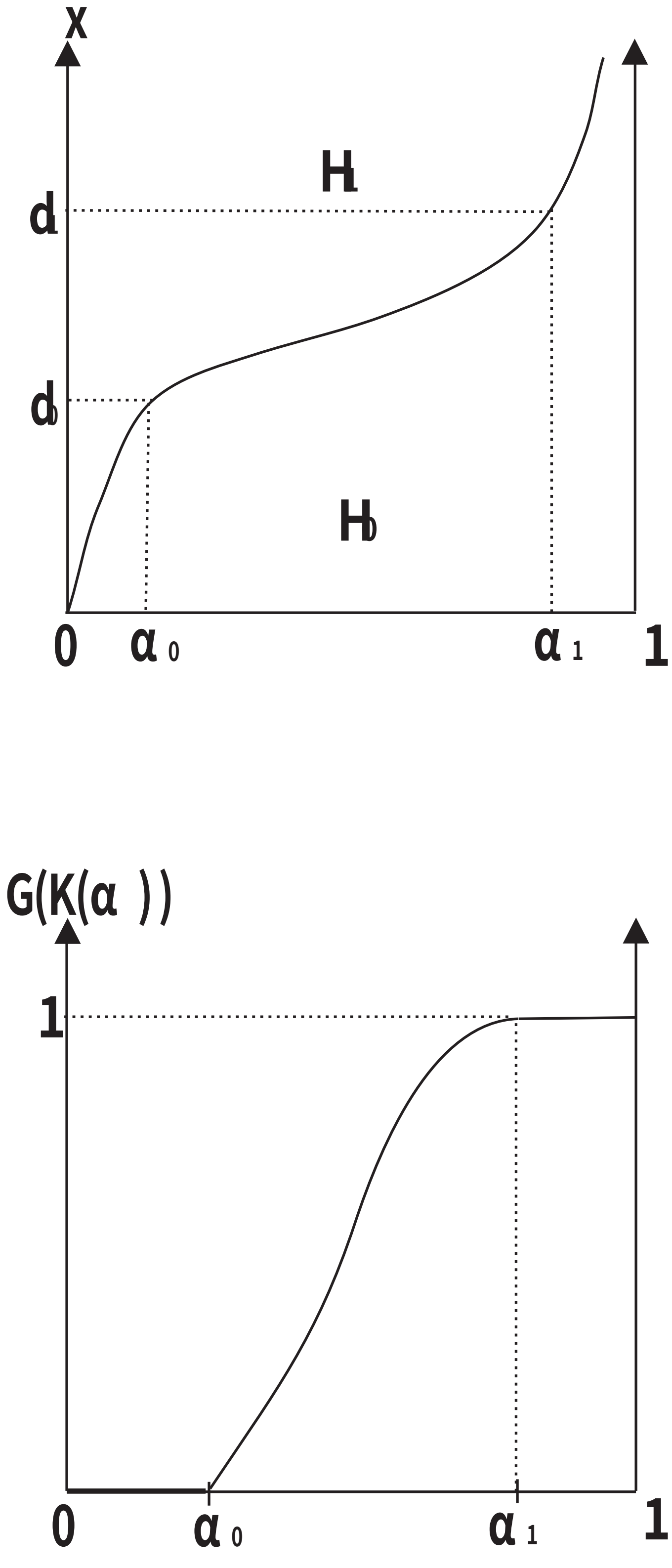

図 10　合法行為の臨界値関数　K(α)と合法行為の確率

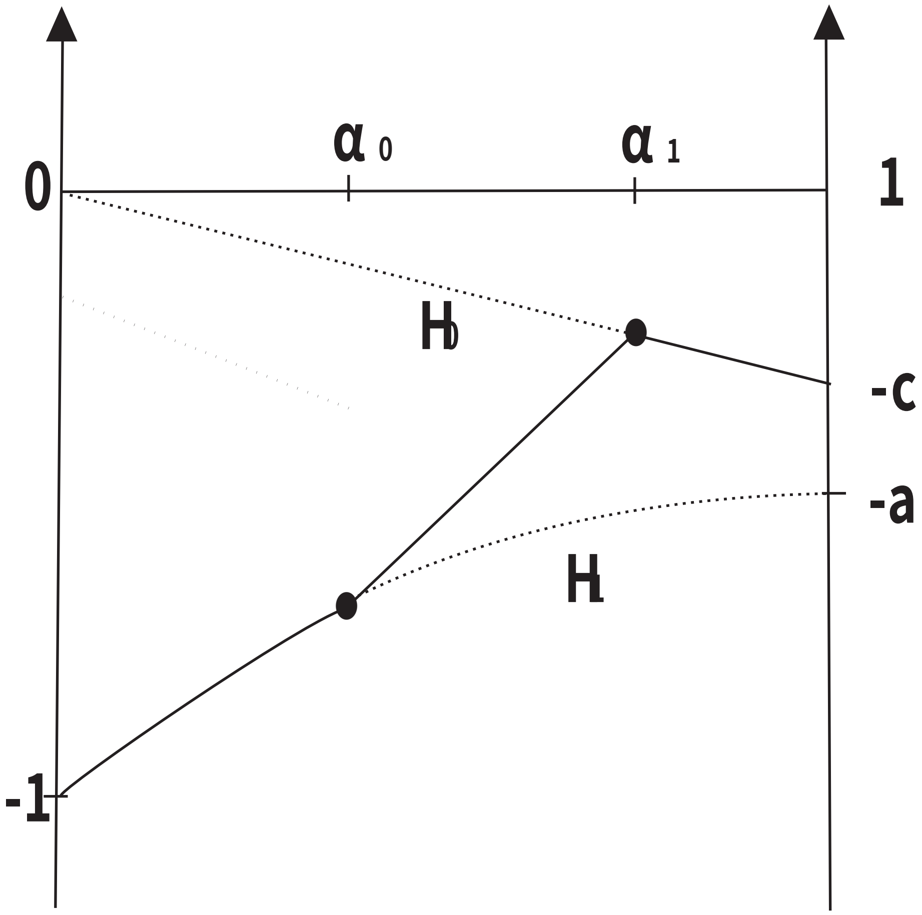

図 11　査察ゲームΓ^3における査察者の利得